

УДК 539.3:620.1.05:620.17

Т.І. Матченко, канд. техн. наук
Я.В. Радецька
П.Т. Матченко

АЛГОРИТМ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ І ВИЗНАЧЕННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ У РАДІАЦІЙНИХ ПОТОКАХ

Інститут екології та дизайну НАУ, e-mail: veruzshky@mbox.com.ua

Запропоновано алгоритм розрахунку пружно-деформованого стану методом скінченних елементів та визначення довговічності і залишкового ресурсу металоконструкцій під впливом термічних і радіаційних потоків.

Вступ

Розвиток атомної енергетики викликає необхідність розробки наукових основ міцнісних розрахунків конструкцій у радіаційному потоці, визначення їх повзучості, довговічності і залишкового ресурсу. Використання резервів матеріалів, здатних опиратися навантаженням у складних умовах теплового і радіаційного впливу, можливе лише за наявності науково обґрунтованих норм розрахунків елементів відповідальних конструкцій.

Рівняння стану матеріалів, збудованих на основі механіки континуума, стосовно до прикладних задач механіки матеріалів формуються шляхом узагальнення результатів їх випробувань в умовах максимально наближених до експлуатаційних. Дослідження безпосередньо в радіаційних потоках з метою отримання вхідної інформації про поведінку опромінених матеріалів при різних режимах термомеханічного впливу спряжене зі значними методичними труднощами, які затримують отримання відповідних рівнянь стану.

Радіаційні дефекти

Метали досить суттєво відрізняються від неметалів за легкістю утворення дефектів решітки під дією опромінення.

У металах точечні дефекти утворюються лише тими частинами, які здатні безпосередньо вибивати атоми з їх нормальних положень у решітці. Випромінювання, що тільки збуджує електрони, не створює дефектів решітки, за виключенням того випадку, коли збуджені електрони самі можуть зміщувати атоми, як це відбувається при збудженні електронів γ -променями. На противагу цьому в багатьох неметалах іонізуюче випромінювання, наприклад, рентгенівські промені, утворюють сильні пошкодження. Це пояснюється більшою постійністю електронного збудження у неметалах.

Швидкі нейтрони утворюють радіаційні пошкодження, рівномірно розподілені по всьому зразку (звичайного розміру).

Між зіткненнями вони пробігають відстань у кілька сантиметрів, тому, коли відбувається головне зіткнення, вибитий атом зміщується так сильно, що він пробігає велику відстань (до декількох тисяч параметрів решітки) і сам зміщує сотні інших атомів.

Більшість зміщень відбувається в кінці шляху цього первинного зміщення, де вони утворюють область дуже великих зміщень, так званий клин зміщення. У результаті обмінних зіткнень міжвузлі атоми концентруються, імовірно у зовнішніх областях клину, а вакансії накопичуються в його центрі.

Ступінь впливу нейтронного випромінювання на механічні властивості металів визначається рядом факторів, які відображають режим самого випромінювання і стан структури металів.

До факторів режиму випромінювання належать:

- величина інтегральної нейтронної дози;
- енергетичний спектр;
- температура випромінювання;
- середовище.

До факторів структури металів належать:

- температура металу під час дослідження;
- швидкість навантаження;
- хімічний склад металу;
- властивості поверхневого зразка (конструкції).

Проблема полягає у тому, що існують методичні труднощі щодо отримання вихідної інформації про поведінку матеріалів, які знаходяться під впливом випромінювання при різних режимах термомеханічного впливу.

Характер деформування опромінених сплавів при їх розтягненні суттєво змінюється залежно від температури опромінення й випробування, інтегральної дози, вихідного стану розплаву та його складу. Модуль пружності практично не змінюється.

На рис. 1 показані діаграми розтягу зразків із сплаву $Zr+2,5\%Nb+0,5\%Cu$, опромінених при температурі 250–325°C до різних значень інтегральних доз швидких нейтронів у реакторі NRX і випробуваних при температурі 300°C [1].

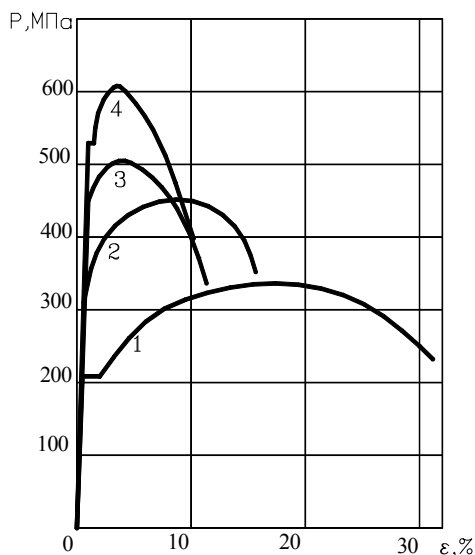


Рис. 1. Діаграми напруження:
1 – $\phi_i = 3,0 \cdot 10^{20}$ н/см²; 2 – $\phi_i = 6,0 \cdot 10^{19}$ н/см²;
3 – $\phi_i = 6,3 \cdot 10^{18}$ н/см²; 4 – $\phi_i = 0$

Зі зростанням інтегральної дози радіації ϕ_i зміна межі текучості $\sigma_{0,2}$ і міцності σ_b піддається насиченню. Залежно від складу сплаву, його вихідного стану і температур опромінення іспиту доза, що відповідає насиченню у зміні властивостей, становить $10^{19} - 10^{21}$ н/см².

Радіаційний приріст межі текучості $\Delta \sigma_{0,2}$ металів цирконієвих сплавів визначається за рівнянням

$$\sigma_{0,2} = A[1 - \exp(-B\phi_i)]^2,$$

де A, B – константи матеріалу.

Насичення у зміні умовної межі текучості настає швидше зі зростанням температури опромінення.

Наприклад, межа текучості сплавів циркалой-2 і циркалой-4 при $T_{\text{опр}} < 100$ °C і $T_n = 20$ °C не збільшувалася після дози опромінення відповідно $4 \cdot 10^{19}$ і $5 \cdot 10^{19}$ н/см², у той час, як при $T_{\text{опр}} = 320 - 360$ °C насичення в зміні $\sigma_{0,2}$ не настає навіть при дозах $1,5 \cdot 10^{21}$ н/см². Однак доза, що відповідає насиченню в зміні властивостей, не залежить від вихідного стану сплавів, температури випробувань, вмісту водню, ступеня попередньої холодної деформації, для величин $\sigma_{0,2}$ і $\delta_{\text{заг}}$ дорівнює $10^{20} - 10^{19}$ н/см² ($E > 1$ MeV).

Залежність межі міцності σ_b і умовної межі текучості $\sigma_{0,2}$ від інтегральної дози нейтронного опромінення для сплаву циркалой-2 при $T_{\text{опр}} = 280$ °C зображена на рис. 2.

Отже, певні умови радіаційно-термічного впливу можуть, як для сталей і сплавів, обумовити рівність величин σ_b і $\sigma_{0,2}$, а зменшення пластичності спостерігається в інтервалі доз $10^{19} - 10^{20}$ н/см².

Мета роботи – запропонувати модель пошкодження металів у радіаційному потоці, розробити алгоритм розрахунку методом скінченних елементів (МСЕ), визначити довговічність і залишковий ресурс металоконструкцій, що знаходяться під впливом силового навантаження, термічних і радіаційних потоків.

Критерій тривалої міцності жаростійкої сталі

Взявши в узагальненому критерії відповідність параметра χ структурному стану матеріалу, найбільш загальне кінетичне рівняння, з якого можна визначити параметр χ структурного стану металу, запишемо

$$d\chi(\sigma_{ij}, T, t) = \rho_{ij} d\sigma_{ij} + r dT + s dt, \quad (1)$$

де ρ_{ij}, r, s – деякі функції напруженого стану σ_{ij} , температури T , часу t і параметра χ .

Твердження про правдивість рівняння (1) базуються на залежності χ від температури T , часу t і напруженого стану σ , доведеного експериментально. При ізотермічному навантаженні ($dT=0$) зі збереженням певного типу напруженого стану ($d\sigma_{ij}=0$) рівняння (1) спрощується, набуваючи вигляду

$$d\chi(\sigma_{ij}, T, t) = s(\sigma_{ij}, T, t) dt.$$

Уважаючи, що функція s характеризує зниження опору матеріалу руйнуванню у часі, вводимо найбільш просте допущення її залежності від часу t :

$$s(\sigma_{ij}, T, t) = A/t.$$

У загальному вигляді синтезовану теорію можна записати так:

$$p = f_1(p) f_2(\sigma, T, \xi, \omega), \quad (2)$$

де ξ – параметр, що характеризує реакторне опромінювання; ω – довговічність.

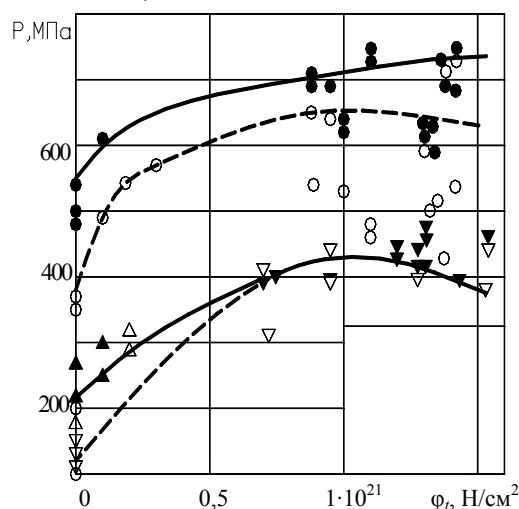


Рис. 2. Вплив реакторного опромінення на умовну межу текучості $\sigma_{0,2}$ (штрихові лінії) і міцність σ_b (суцільні лінії) металу:

○● – $T_n = 20$ °C; Δ ▲ – $T_n = 280$ °C; ▼ – $T_n = 345$ °C

Структурний параметр ω хоча й має у прийнятій постановці задачі формальний характер, інтегрально відображає розвиток внутрішньозернистого пошкодження і процесів руйнування, що характеризуються розрушенням матеріалу у зв'язку з утворенням пор, мікротріщин та інших недосконалостей, що послаблюють сили зчеплення мікрооб'ємів матеріалу.

Отже, параметр ω являє собою скалярну характеристику середовища у мікрооб'ємі скінчених розмірів, що інтегрально відображає ступінь порушення цілісності матеріалу.

У процесі повзучості від моменту навантаження до моменту руйнування він повинен бути у межах $0 \leq \omega \leq 1$.

Запис вихідного рівняння у вигляді рівняння (2) має ще й ту особливість, що підкреслює сукупність впливу процесів деформування і руйнування на швидкість в'язкої течії, що підтверджено даними з експериментального спостереження за процесами внутрішнього і міжзернистого пошкодження, починаючи з найперших стадій пластичного деформування. При цьому вказані процеси визначаються температурно-силовими умовами і часом перебування матеріалу у цих умовах.

Оскільки вплив власної деформації на швидкість її накопичення вже враховано введенням у вихідне рівняння (2) функції $f_1 P$, рівняння для приращення параметра пошкодженості ω набуває загального вигляду:

$$d\omega = \varphi_1 d\sigma + \varphi_2 dT + \varphi_3 d\xi + \varphi_4 dt, \quad (3)$$

де $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ і φ_4 – деякі функції від σ, T, ξ, ω .

При цьому, крім напружень і температури, на розвиток пошкоджень діє і реакторне опромінення.

Таким чином, вирази (2) і (3) являють собою вихідну систему рівнянь для опису повзучості матеріалу з урахуванням процесів руйнування. Форма рівняння (3) дозволяє враховувати різні закони зміни напруг, температури і параметра опромінення в часі. Якщо вони зберігають постійне значення, то вираз (3) набуває вигляду

$$d\omega = \varphi_4(\sigma, T, \xi, \omega) dt.$$

Розглянемо випадок ізотермічної повзучості сталі, що опромінюється при постійній напрузі і параметрі реакторного опромінення. Тоді залежність p від T і ξ буде неявною, вираженою через коефіцієнти рівнянь (2) і (3).

Для конкретизації (2) розглянемо диференційне співвідношення, що відповідає гіпотезі упрощення

$$\dot{p} p^\alpha \exp(-\beta p) = \psi(\sigma), \quad (4)$$

де α, β – деякі коефіцієнти.

З урахуванням вихідної передумови про одночасний розвиток процесів порушення суцільності під напругою у виразі (4) будемо розуміти істинне (або ефективне) напруження:

$$\sigma_* = \sigma / (1 - \omega). \quad (5)$$

При такому поясненні змісту діючого напруження, крім розвитку процесів пошкоджуваності і мікроруйнувань, можна врахувати геометричну зміну перерізу зразка чи деталі в процесі деформування.

Із зіставлення виразів (2), (4), (5) випливає, що замість $f_1(p)$ і $f_2(\sigma, \varpi)$ у рівнянні (2) можуть бути взяті функції

$$f_1(p) = p^{-\alpha} \exp(\beta p);$$

$$f_2(\sigma, \omega) = \psi(\sigma_*) = \psi \frac{\sigma}{1 - \omega}.$$

У функції

$$\psi(\sigma_*) = \dot{A} \sigma_*^k$$

константи \dot{A}, k встановлюються експериментально.

Результати даних експериментальних досліджень показали, що залежність швидкості стаціонарної повзучості від напруження сталі 0X16H15M3B і сталі X13 в опроміненому і звичайному станах добре моделюється степеневою функцією. Тоді рівняння (4) набуває вигляду

$$\dot{p} p^\alpha \exp(-\beta p) = \dot{A} \left(\frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^k. \quad (6)$$

Значення ω залежить від істинного напруження σ_* і величини непошкодженого перерізу, характер зміни якого можна ототожнювати зі змінною величини $1 - \omega$. Можлива залежність ω від в'язкої деформації p у першому наближенні не враховується. За аналогією виразимо наведені залежності за допомогою степеневих функцій, тоді із виразу (4)

$$d\omega = \left(\frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^n (1 - \omega)^{-s} dt = B \sigma^n (1 - \omega)^{-r} dt, \quad (7)$$

де σ – початкове напруження; $B, n, s, r = n + s$ – коефіцієнти, що залежать від температурних та радіаційних умов деформування.

Інтегруючи рівняння (5) при $\sigma = \text{const}$, отримуємо залежність параметра пошкодження від напруження і часу:

$$\omega = 1 - \left[1 - (\dot{\epsilon} - 1) B \sigma^n t \right]^{\frac{1}{r+1}}, \quad (8)$$

Для спрощення подальших викладок вважаємо, що залежність швидкостей в'язкої деформації p і накопичення пошкоджень ω від істинного напруження $\sigma / (1 - \omega)$ з точністю до числового множника однакова, тобто $k = n$.

Тоді, підставляючи вираз (8) у формулу (6) і вирішуючи отримане рівняння, знаходимо

$$I(p, \alpha, \beta) = \frac{A}{2B} \left\{ 1 - \left[1 - (n+2)B\sigma^n t \right]^{\frac{2}{n+2}} \right\}, \quad (9)$$

$$I(p, \alpha, \beta) = \int_n^p p^\alpha \exp(-\beta p) dp. \quad (10)$$

Оскільки інтеграл (10) для будь-яких значень α і β неможливо отримати у квадратурах, його треба знаходити числено за допомогою комп'ютера.

За допомогою встановленої з рівняння (9) функції $p=p(t)$ можна розрахувати і побудувати криву повзучості при заданому значенні початкового напруження σ . У загальному випадку треба експериментально визначити п'ять коефіцієнтів A, B, α, β, k .

Час до руйнування зразка можна знайти із виразу (8) при $\omega=1$:

$$t_* = \sigma^{n-2} / (r+1)B. \quad (11)$$

Рівняння (11) відповідає дослідним даним для радіаційних і звичайних умов. Воно також не протирічить експериментальним результатам з вивчення тривалої міцності сплавів.

Для визначення всіх коефіцієнтів залежності (2) принципово необхідно мати одну криву повзучості з фіксованим часом до руйнування і ще одне значення довговічності матеріалу при тій самій (заданій) температурі та іншому напруженні.

Визначення п'яти експериментально встановлених коефіцієнтів не викликає складності, оскільки розроблена методика достатньо проста.

При вивченні повзучості жаростійких сталей в умовах реакторного опромінення встановлено, що криві $p = p(t)$ у порівняльному і звичайному діапазонах напружень зберігають свою форму. Залишається лише встановити, які коефіцієнти рівняння (2) залежать від параметра ξ , функціонально пов'язаного з щільністю потоків різних груп нейтронів.

Кількість коефіцієнтів, які залежать від параметра ξ , можна скоротити, якщо припустити, що в умовах реакторного опромінення зв'язок швидкості повзучості і в'язкої деформації повністю зберігається. Зміна швидкості відбувається внаслідок інтенсифікації процесів пошкодження, тоді рівняння (2) має вигляд:

$$p = A_\xi p^\alpha \exp(-\beta p) \left(\frac{\sigma}{1 - \omega_\xi} \right)^{k\xi}, \quad (12)$$

де індекс ξ має коефіцієнти, що залежать від параметра, який характеризує реакторне опромінення. Прийняті вихідні допущення визначають

те коло матеріалів і умов реакторного, силового і термічного впливу, при якому рівняння (2), (12) залишаються правдивими. Перед усім вони повинні використовуватися для структурно стійких матеріалів, що зміцнюються, а умови навантаження повинні бути такими, щоб криві повзучості мали достатньо виражені три стадії.

Вплив опромінення на процес повзучості матеріалу можна роздивитися у допущенні, що при опромінюванні зростання пошкоджень проходить більш інтенсивно ніж у звичайних умовах, тобто в будь-який момент часу $\omega_\xi > \omega$. Це пов'язано, з надлишковою концентрацією надлишкової концентрації дефектів рівносильно появі внутрішніх напружень.

Якщо напруження змінюється в часі за законом $\sigma(t) = b_0 + b_1 \sin b_2 t$,

де b_0, b_1, b_2 – сталі $\sigma > 0$.

Інтегруючи вираз (8), отримаємо залежність, пошкоджень від часу $\omega = \omega(t)$ у вигляді

$$\omega = 1 - \left\{ 1 - (r+1) \left[B_3 \sigma^{n+1} + \frac{B}{n+1} \int_0^t \sigma_n dt \right] \right\}^{\frac{1}{r+1}}. \quad (13)$$

Ці три випадки не охоплюють повністю широкого кола можливих практичних задач. Але і при більш складних законах зміни зовнішнього навантаження рівняння стану також можна вирішити, виходячи з загального кінетичного рівняння.

При цьому під час напруження, що змінюється, треба визначити коефіцієнти функції $\psi_1(\sigma)$. Крім них інші формальні коефіцієнти не використовуються, а застосовуються лише фактичні залежності $\sigma(t)$.

Отже, можна сформулювати принцип додавання пошкоджень у найбільш простому вигляді:

$$\int_0^{t_*} \omega dt = 1.$$

Як функцію $\omega(t)$ треба брати залежність (13).

Визначення балансу енергії металів у радіаційних потоках

Металоконструкція може знаходитися під одночасним впливом механічного, термічного і радіаційного потенціалу. Для випадку, коли швидкість деформації є близькою до нуля, теплопровідність та радіаційна провідність стаціонарні, баланс енергії має вигляд

$$A_\xi + Q_\xi + R_\xi = U + Q_b + R_b, \quad (14)$$

де A_ξ – робота зовнішніх сил; Q_ξ – кількість тепла, яке отримує система із зовнішнього середовища; R_ξ – кількість енергії радіаційного випромінювання, яке передається системі із зовнішнього

середовища; U – енергія деформації системи; Q_b – кількість тепла, що випромінюється системою в зовнішнє середовище; R_b – кількість енергії радіаційного випромінювання, що випромінюється системою в зовнішнє середовище.

Вираз загальної потенційної енергії системи можна записати у вигляді:

$$\Phi = A + Q_c + R_c - U - Q_b - R_b.$$

Умова рівноваги системи задовольняється у випадку, якщо загальна потенційна енергія дорівнює мінімальному значенню

$$\alpha[\hat{O}] = 0.$$

Складові рівняння (14) мають вигляд

$$\dot{A} = \int_s (T_n U_k) dS + \int_v (f_k U_k) dv,$$

де U_k – переміщення; k – номер осі координат; S – площа замкнутої поверхні, яка обмежує об'єкт розглядуваної системи.

Визначення кількості тепла опромінених матеріалів

Унаслідок поглинання і розсіяння нейтронів і γ -квантів в матеріалах, що опромінюються, виділяється тепло. Радіаційне енерговиділення відбувається як в зразках, так і в конструктивних елементах пристроїв для опромінювання. Це необхідно враховувати при проектуванні і проведенні радіаційних експериментів. Кількість тепла, яке виділяється внаслідок дії реакторних випромінювань, можливо встановити за допомогою виразу

$$E = \sum_{i=1}^n k_{i\gamma} \frac{m_i}{\rho_i} \hat{O}_i + \sum_{i=1}^n k_{i\gamma} \frac{m_i}{\rho_i} \hat{O}_\gamma,$$

де n – кількість елементів експериментального пристрою; m_i , ρ_i – маса і щільність матеріалів елементів конструкції відповідно; k_n , k_γ – коефіцієнти теплового випромінювання для потоків нейтронів і γ -випромінювання відповідно; Φ_n , Φ_γ – інтенсивність потоків нейтронів і γ -випромінювання відповідно.

Кількість тепла, яке віддає пристрій (конструкція), що опромінюється, у загальному вигляді, визначають за виразом:

$$Q = \sum_{i=1}^n (\alpha_k + \alpha_\gamma) S_i \Delta T_i,$$

де α_k , α_γ – відповідно коефіцієнти конвективного і променевого теплообміну; S_i – площа теплообміну поверхонь; ΔT_i – температурний напір.

Кількість теплової енергії, яка витрачається на розігрів пристроїв або конструкцій, визначають за рівнянням:

$$Q = E - Q.$$

Алгоритм розрахунку залишкового ресурсу методом скінченних елементів

Для моделювання пружно-деформованого стану конструкції в радіаційних потоках необхідно побудувати модель, що враховує вплив усіх перелічених факторів на зміни механічних властивостей металів (рис. 3).

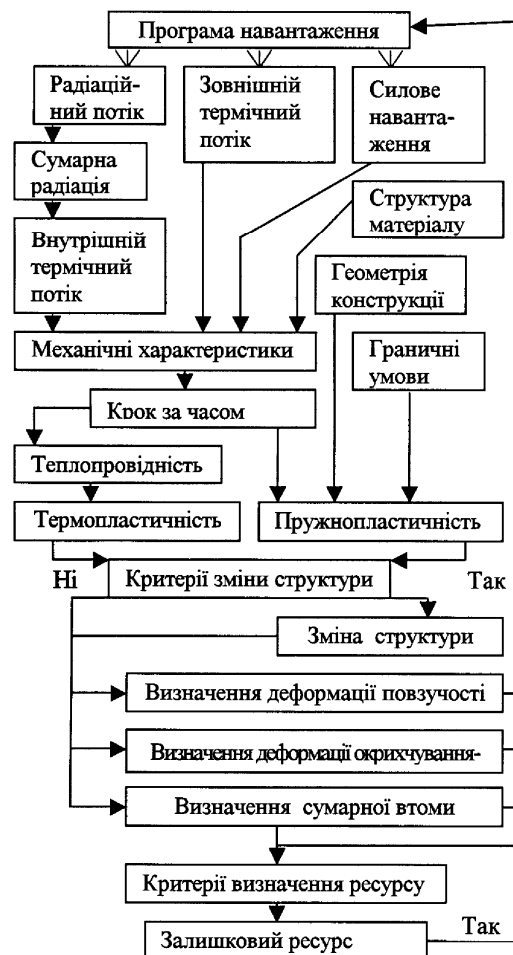


Рис. 3. Алгоритм розрахунку залишкового ресурсу металоконструкцій у радіаційних потоках

Функція зміщень типового скінченного елемента (СЕ) визначається вузлами i, j, m і межами у вигляді прямих ліній. Припустимо, що зміщення в будь-якій точці елемента визначається вектором-стовпчиком $\{f(x, y, z)\}$

$$\{f\} = [N]\{\delta\}^e = [N_i N_j N_m \dots] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

де $[N]$ – функція місця; $\{\delta\}^e$ – ряд вузових зміщень даного елемента.

Деформації $\{\varepsilon\}$ у будь-якій точці визначаються за рівнянням

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}^e. \quad (16)$$

Оскільки функції N_i, N_j, N_m уже визначені, то з рівняння (1) можна знайти матрицю $[B]$. Якщо загальний характер деформування брати як пружний, зв'язок між напруженням і деформаціями буде мати вигляд:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (17)$$

де $[D]$ – матриця пружності, що відображає відповідні якості матеріалу; $\{\varepsilon_0\}$ – першочергові деформації, які присутні до навантаження.

З рівнянь (15) і (16) зміщення та деформації в елементі будуть дорівнювати:

$$\{f^*\} = [N]\{\delta^*\}^e;$$

$$\{\varepsilon^*\} = [B]\{\delta^*\}^e.$$

Робота сил, що прикладені у вузлах, дорівнює сумі множень окремих компонентів сил на відповідні зміщення:

$$(\{\delta^*\})^T \{F\}^e,$$

де $\{F\}$ – вектор-стовпчик сил, що прикладені у вузлах.

У загальному варіанті у вузлах можуть існувати зовнішні сили $\{R\}$:

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{Bmatrix}.$$

Для мінімізації загальної потенціальної енергії Φ відносно вузових переміщень, що розглядаються як змінні параметри, необхідно ввести систему рівнянь типу

$$\frac{\partial(\hat{O})}{\partial\{\delta_s\}} = 0.$$

Загальна потенціальна енергія може розглядатися як сума потенціальних енергій, які знаходяться в окремих елементах Φ^e , і потенціальна енергія вузових навантажень $\{R\}$:

$$\Phi = \sum \hat{O}^a - \{R\}^T \{\delta\}. \quad (18)$$

За допомогою правил диференціювання рівняння (18) набуває вигляду:

$$\frac{\partial(\hat{O})}{\partial\{\delta_s\}} = \sum \frac{\partial(\hat{O}^a)}{\partial\{\delta_s\}} - \{R_i\}.$$

Швидкість зміни енергії деформування в елементі на одиницю об'єму може бути визначена у вигляді диференціала, оскільки змінюються лише деформації:

$$\frac{\partial(\{\sigma\}^T \{\varepsilon\})}{\partial\{\delta_i\}} = \frac{\partial(\{\varepsilon\})}{\partial\{\delta_i\}} \{\sigma\}.$$

Підставляючи рівняння (16) у вираз (17), отримуємо

$$\frac{\partial\{\delta\}^e}{\partial\{\delta_i\}} \left(\|B\|^T [D][B]\{\delta\}^e - [B]^T [D]\{\varepsilon_0\} \right).$$

Аналогічно зміна потенціальної енергії на одиницю об'єму елемента

$$\frac{\partial(\{p\}^T \{f\})}{\partial\{\delta_i\}} = \frac{\partial\{f\}}{\partial\{\delta_i\}} \{p\}$$

набуває вигляду

$$\frac{\partial\{\delta\}^e}{\partial\{\delta_i\}} [N]^T \{p\}.$$

Для всього елемента після інтегрування отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Phi)^e}{\partial\{\delta_i\}} &= \frac{\partial\{\delta\}^e}{\partial\{\delta_i\}} \left(([B]^T [\Phi][B] d(v_0 l)) \{\delta\}^e - \right. \\ &\quad \left. - \int [B]^T [\Phi] \{\varepsilon_0\} d(v_0 l) - \int [N]^T \{p\} d(v_0 l) [N]^T \right) \end{aligned}$$

і, додавши всі вузли, будемо мати:

$$\frac{\partial(\Phi)^e}{\partial\{\delta\}^e} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial\Phi^e}{\partial\{\delta_i\}} \\ \frac{\partial\Phi^e}{\partial\{\delta_j\}} \\ \frac{\partial\Phi^e}{\partial\{\delta_m\}} \end{array} \right\} = [k]^e \{\delta\}^e - \{F\}_p^e - \{F\}_{\varepsilon_0}^e$$

Моделювання повзучості металів методом кінцевих елементів

Для будь-якого інтервалу часу Δt

$$\Delta\{\varepsilon\} = \Delta\{\varepsilon_e\} + \Delta\{\varepsilon_0\},$$

де $\Delta\{\varepsilon_0\}$ – початкова деформація в інтервалі часу;

$$\Delta\{\varepsilon_0\} = (\Delta\{\varepsilon_0\} + \Delta\{\varepsilon_p\} + \Delta\{\varepsilon_c\}),$$

$\Delta\{\varepsilon_c\}$ – приращення деформації повзучості, яка відбувається одночасно з іншими змінами деформації під впливом температури і пластичності.

Для повзучості зв'язок між напруженням та деформацією можна записати у вигляді

$$\frac{d}{dt} \{\varepsilon_c\} = [\Phi_0]^{-1} \varphi(\bar{\varepsilon}) \psi(t) f(\bar{\sigma}) \{\sigma\},$$

для одновісного напруженого стану:

$$\frac{\partial\varepsilon_c}{\partial t} = \varphi(\varepsilon) \psi(t) f(\sigma).$$

Якщо повзучість у часі змінюється повільно, то

$$\Delta\{\varepsilon_c\} = [\Phi_0]^{-1} \varphi_i(\bar{\varepsilon}) \psi_i(t) f(\bar{\sigma}) \Delta t \{\sigma\},$$

де $\varphi_i(\bar{\varepsilon})$ і $\psi_i(t)$ – середні значення в інтервалах часу, що розглядаються.

Якщо час і деформація не впливають на повзучість, а функція f має просту форму, то

$$\Delta\{\varepsilon_c\} = [\Phi_0]^{-1} K \bar{\sigma} \Delta t \{\sigma\},$$

де K і n – відомі константи.

Для визначення пружно-деформованого стану конструкцій зручно використовувати МСЕ, який, по-перше, завдяки своїй універсальності дозволяє розглядати широкий клас конструкцій з довільною геометрією і граничними умовами; по-друге, дає можливість розвинути найбільш загальні випадки геометричної деградації конструкцій, оскільки для кожного СЕ або їх групи може бути записаний свій закон зміни геометричних параметрів. Метод скінченних елементів дає можливість зображення системи як сукупності окремих елементів, з'єднаних у вузлах і знаходження реакцій у вузлах на одиничні кінематичні та силові зовнішні впливи як суми реакцій окремих елементів. Розмірність системи диференціальних рівнянь дорівнює (або більша за) кількості скінченних елементів в скінченній елементній моделі конструкції:

$$\frac{dA'}{dt} = \Psi(\sigma(A)), \quad (19)$$

де A' – матриця із параметрами конструкції, що змінюються, розмірності $n \times N$; Ψ – матриця відомих функцій розмірності $n \times N$; n – кількість параметрів, що змінюються, які визначають властивості СЕ; N – кількість елементів у елементній моделі конструкції.

Використовуючи для вирішення рівняння (19), наприклад, метод Ейлера, можна визначити будь-який параметр СЕ в довільний момент часу:

$$A_{i,j}^s = A_{i,j}^{s-1} + \Delta t^s \psi_{i,j}(\sigma(A^s)),$$

$$(i = 1, N; j = 1, n),$$

де s – номер кроку за часом.

Напруження в i -му СЕ визначають на кожному кроці за співвідношеннями:

$$\left. \begin{aligned} \{\sigma_i\} &= [E_i] \{\varepsilon_i\} \\ \{\varepsilon_i\} &= [B] \{q_i\} \\ \{q_i\} &= [P] \{q\} \\ \{q\} &= [K]^{-1} \{R\} \end{aligned} \right\},$$

Т.И. Матченко, Я.В. Радецкая, П.Т. Матченко

Алгоритм моделирования деформированного состояния и определения долговечности металлоконструкций в радиационных потоках

Предложен алгоритм расчета упруго-деформированного состояния методом конечных элементов и определения долговечности и остаточного ресурса металлоконструкций под влиянием термических и радиационных потоков.

T.I. Matchenko, I.V. Radetskaya, P.T. Matchenko

Algorithm of deformed state modeling and determination of metall constructions durability in radiation streams

There is given algorithm of calculation with the help of finite elements method, and determination of oc-tatочный resource of metal constructions durability under influence of thermal and radiation streams.

де $\{\sigma_i\}$, $\{\varepsilon_i\}$, $\{q_i\}$ – вектори напружень, деформацій, вузлових переміщень i -го СЕ у даний момент часу; $[E_i]$, $[B]$ – матриці пружності i -го СЕ і диференціювання; $[P]$ – матриця, що визначає положення елементів вектора переміщень СЕ у векторі переміщень конструкції; $\{R\}$ – вектор вузлових навантажень; $[K]$ – матриця жорсткості конструкції.

Цикл розрахунків конструкції повторюється, доки конструкція не досягне граничного стану за такими критеріями:

- за міцністю $\sigma(t) \leq [\sigma]$ для розтягнутих стрижнів;
- за стійкістю $\sigma_j(t) \leq \sigma_j(t)$ для стиснених стрижнів;
- за жорсткістю $f(t) \leq [f]$, конструктивні обмеження $x_i^- \leq x_i^0 \leq x_i^+$.

Таким чином, матриці A на даному кроці визначаються за її значенням на попередньому, а як наслідок, у кожному вузлі часової ґратки вирішується задача МСЕ. Для забезпечення отримання результату з прийнятною точністю крок у часі Δt доводиться брати достатньо малим. Це призводить до того, що кількість ітерацій при вирішенні задачі довговічності (як наслідок, і кількість звернень до процедури МСЕ) може досягати кількох десятків, а в деяких випадках і сотень. Використання найбільш ефективних числових методів вирішення задачі Коші, таких, наприклад, як метод прогнозу і корекції, дозволяє скоротити кількість ітерацій.

Висновки

Розроблено алгоритм визначення довговічності і залишкового ресурсу металлоконструкцій у радіаційних потоках.

Список літератури

1. Писаренко Г.С., Киселевский В.Н. Прочность и пластичность материалов в радиационных потоках. – К.: Наук. думка, 1979. – 284 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 540 с.

Стаття надійшла до редакції 03.02.05.